

108年公務、關務人員升官等考試、108年交通  
事業郵政、公路、港務人員升資考試試題

等 級：簡任  
類科(別)：物理  
科 目：力學研究  
考試時間：2小時

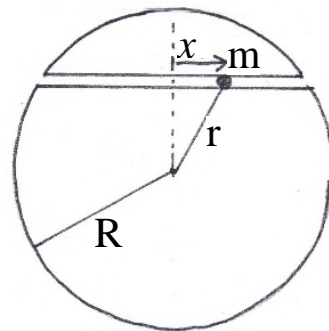
座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。  
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、設某行星可視為一密度均勻之球體，其質量為  $M$  且半徑為  $R$ ，萬有引力常數為  $G$ 。

(一)請找出距離球體中心  $r$  的引力場強度。(7分)

(二)如圖一所示，在上述行星中挖掘出一條狹小隧道(其直徑與質量可忽略)。請證明在隧道內質量為  $m$  的點質量會進行簡諧運動，並找出其運動週期。(18分)



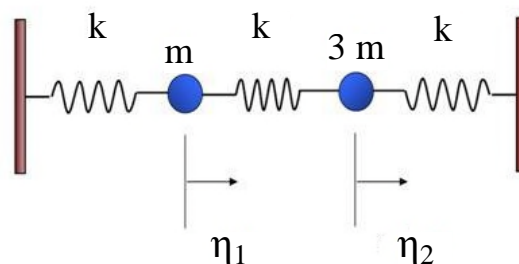
圖一

二、如圖二所示，兩個質量為  $m$  與  $3m$  之點質量被三條相同彈簧於兩牆壁間連在一起，彈簧常數為  $k$ 。考慮在小振幅條件下作一維小震盪，並以  $\eta_1$  和  $\eta_2$  來標示兩個質量距離平衡點的位移。

(一)請寫下此系統的彈性能函數。(5分)

(二)請找出此系統震盪的特徵頻率 (eigen-frequencies)。(10分)

(三)請找出此系統的振動正常模態 (normal modes)。(10分)

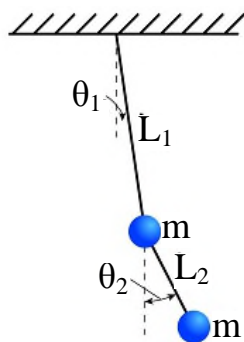


圖二

三、考慮如圖三所示由兩個相同點質量  $m$ ，線長為  $L_1$  和  $L_2$  組成的雙擺 (double pendulum)，所有擺動皆在同一垂直平面上，並以  $\theta_1$  和  $\theta_2$  來標示兩個質量離垂直平衡的角度。

(一)請分別寫下此系統的動能和位能。(10分)

(二)請寫下此系統的拉格朗日量 (Lagrangian)，並推導出  $\theta_1$  和  $\theta_2$  所滿足的運動方程。(15分)



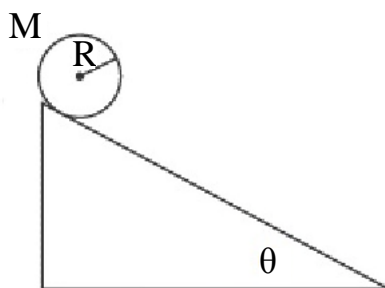
圖三

四、如圖四所示，一個質量為  $M$  且半徑為  $R$  的均勻圓柱體沿著固定之斜面無滑動地滾下。設重力加速度為  $g$ 。

(一)請問圓柱體轉動慣量  $I_{CM}$  (旋轉軸穿過圓柱體之質心，並平行於滾動圓柱體之長軸) 為何？(4分)

(二)求圓柱體質心之加速度。(9分)

(三)在圓柱體滾下而不滑動條件下，求圓柱體與斜面之最小摩擦係數。(12分)



圖四